

Brojevi

Maja Mihalić i Iva Brkić, 4.a

Što je broj?





Broj je apstraktni pojam koji koristimo za opis količine.

Matematika Maya

0 **Maya**, jedan od najciviliziranijih indijanskih naroda domorodačke Amerike nastanjen na poluotoku Yucatán u Meksiku, Hondurasu, Salvadoru i Belizeu, te susjednoj Gvatemali



0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	• —	•• —	••• —	•••• —
10	• =	•• =	••• =	•••• =
15	• ≡	•• ≡	••• ≡	•••• ≡

U Mayanskom brojevnom sustavu pozicijska vrijednost broja raste od nižeg reda prema višem.

U prvom redu pišu se brojevi u vrijednosti do 19, u drugom u vrijednosti do 20, u trećem do 400 itd.

20	21	22	23	24
• 	• •	• ••	• •••	• ••••
• —	• —	•• —	••• —	•••• —

Matematika Mezopotamije

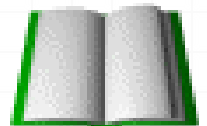


0 Mezopotamija, područje između rijeka Eufrata i Tigrisa, bila je kolijevka nekoliko drevnih civilizacija. Govoreći o matematici stare Mezopotamije podrazumijevamo ostavštinu Sumerana, Babilonaca, Asiraca, Akadašana, Kaldejaca i drugih naroda.



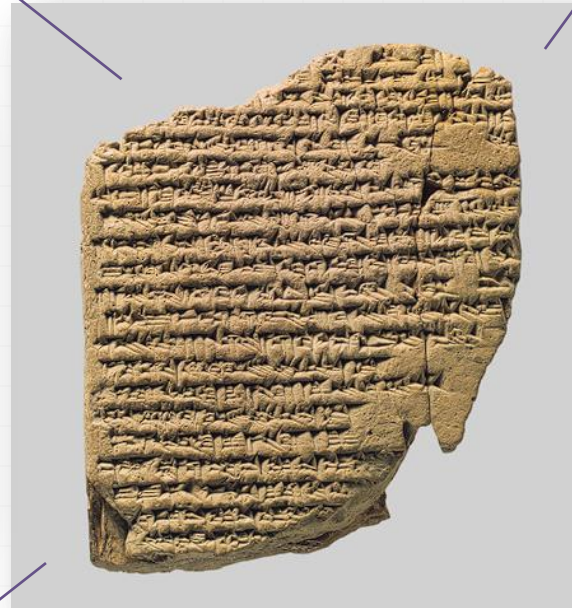
Sustavi i zapisi brojeva

- 0 **heksagezimalni brojevni sustav** – sustav s bazom **šezdeset**
- 0 Babilonci nisu imali šezdeset različitih znakova za brojeve od nule do 59, već su svaki takav broj ispisali sa samo dvije vrste znakova: po jedan vertikalni, uski otisak klina za svaku jedinicu i po jedan tupi otisak klina za svaku deseticu



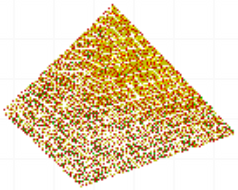
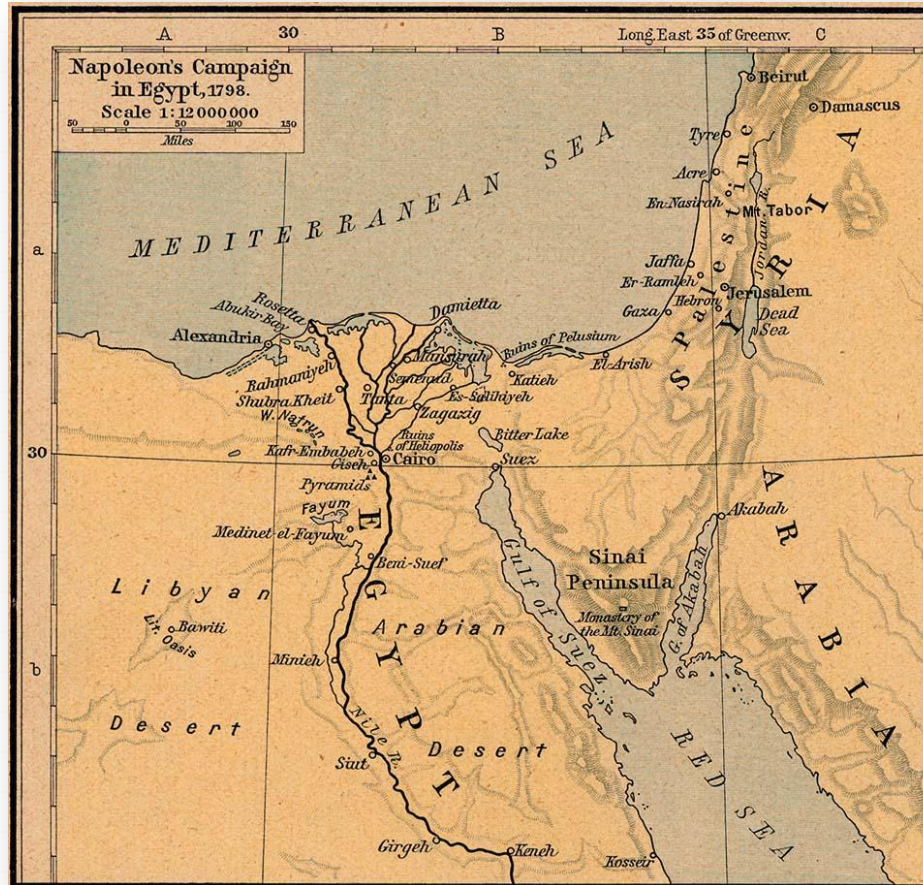
Mnoge tablice u klinastom pismu bave se problemima što bismo ih danas zvali **algebarskim** ili se bave **geometrijskim odnosima**.

Imali su i **tablice za kvadrat i kub** te za drugi i treći korijen

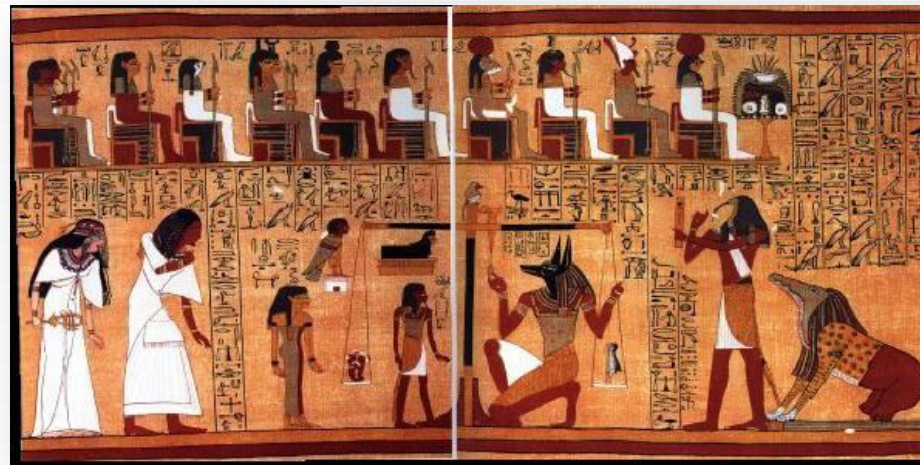


Među **tablicama množenja** bile su i tablice koje bismo mogli zvati "**tablicama recipročnih vrijednosti**"

Matematika Starog Egipta



- 0 O staroegipatskoj matematici doznajemo ponajviše iz dvaju glasovitih papirusa: Ahmesovog ili Rhindovog i Moskovskog . Rhindov papirus je 1858. otkrio škotski egiptolog Henry Rhind u Luxoru.
- 0 Ahmesov papirus je zbirka tablica i vježbi koja je namijenjena uglavnom učenju matematike.

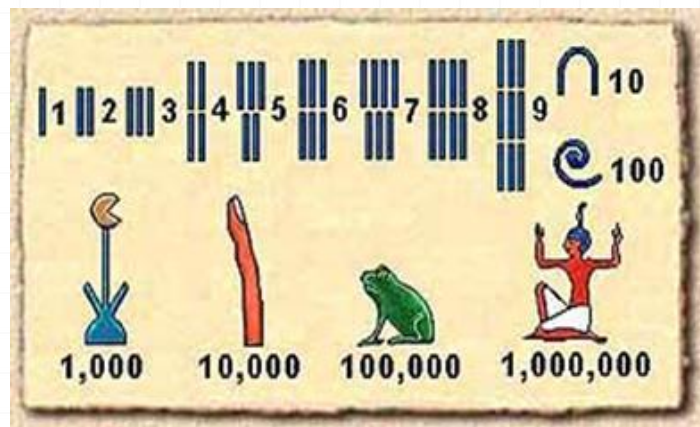


Računanje kod Egipćana



Imali smo su
razvijen decimalni
sustav i svoje
oznake za brojeve.

1	𐎠	10	𐎡	100	𐎢	1000	𐎣
2	𐎠𐎠	20	𐎡𐎡	200	𐎢𐎢	2000	𐎣𐎣
3	𐎠𐎠𐎠	30	𐎡𐎡𐎡	300	𐎢𐎢𐎢	3000	𐎣𐎣𐎣
4	𐎠𐎠𐎠𐎠	40	𐎡𐎡𐎡𐎡	400	𐎢𐎢𐎢𐎢	4000	𐎣𐎣𐎣𐎣
5	𐎠𐎡	50	𐎡𐎢	500	𐎢𐎣	5000	𐎣𐎤
6	𐎠𐎢	60	𐎡𐎣	600	𐎢𐎤	6000	𐎣𐎥
7	𐎠𐎣	70	𐎡𐎤	700	𐎢𐎥	7000	𐎣𐎦
8	𐎠𐎤	80	𐎡𐎥	800	𐎢𐎦	8000	𐎣𐎧
9	𐎠𐎦	90	𐎡𐎧	900	𐎢𐎧	9000	𐎣𐎨



Hijeroglifskim znacima se pisalo po kamenu s lijeva na desno, obrnuto, a ponekad i odozgo prema dolje. Različito pisanje ne stvara probleme kod čitanja bojeva jer egipatski način pisanja brojeva nije pozicijski. Osim navedenih, upotrebljavali su se i neki posebni znakovi za brojeve.

Zbrajanje

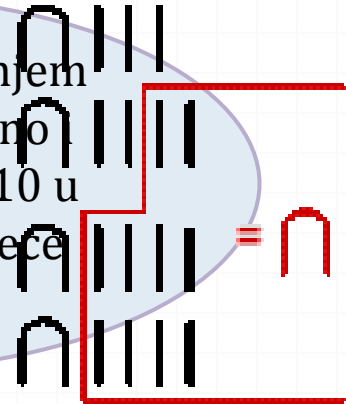


Zbrajanje se skupljanjem istih simbola zajedno i pretvaranjem njih 10 u jedan simbol sljedeće razine.

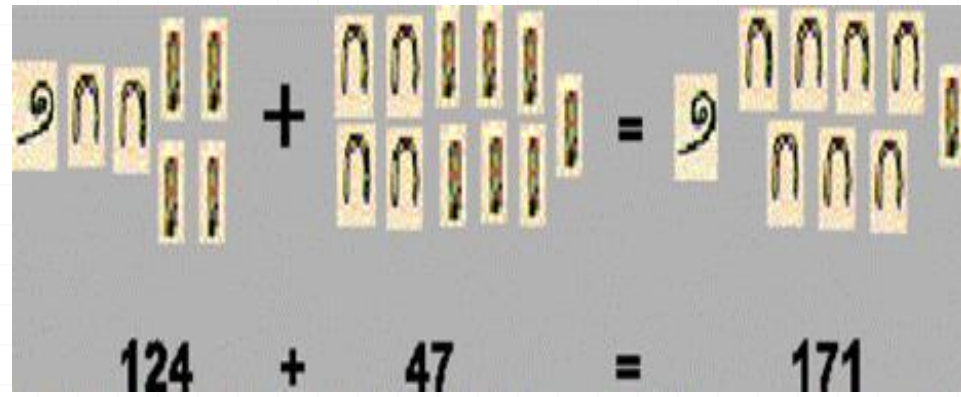
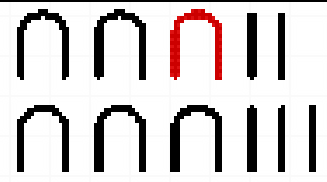
27

+

38



65



Oduzimanje

$$\begin{array}{r} 63 \\ - 33 \\ \hline = 30 \\ - 5 \\ \hline = 25 \end{array}$$

Od 6 desetica možemo oduzeti 3 desetice, ali možemo ukloniti samo 3 jedinice. Još nam preostaje 5 jedinica za oduzimanje. Jedna od preostalih desetica potrebna je da se omogući oduzimanje sljedećih 5 jedinica jer 1 desetica – 5 jedinica = 10 jedinica – 5 jedinica = 5 jedinica.



Množenje

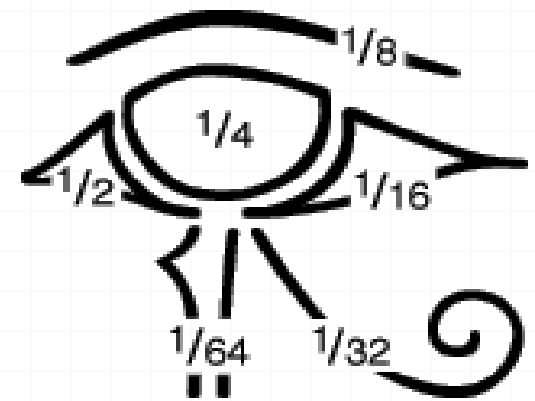


U plavom pravokutniku prikazan je naš zapis, a sivi pravokutnik i račun ispod pravokutnika objašnjava metodu. Broj smo udvostručavali zbrajajući ga sa samim sobom, dakle samo smo zapisali brojeve jedan ispod drugoga i pretvarali svakih 10 istih simbola u simbol sljedeće razine.

Razlomci



Razlomke smo tvorili tako što smo kombinirali pojedine dijelove simbola oka boga Horusa. Svaki dio imao je različitu vrijednost. Cjelokupni simbol oka ima vrijednost 1, a cijeli sustav se temelji na podjeli na polovice.



Matematika Drevne Kine



- 0 Kada se govori o matematici Istočne Azije tada se u obzir uzimaju doprinosi Kine, Koreje i Japana kao jedne velike cjeline.
- 0 Matematičari ovih zemalja smatrani su dijelom jedne velike zajednice koja je pisala kineskim znakovljem te je kao takva bila izdvojena od drugih civilizacija koje nisu bile upoznate s tim znakovljem.



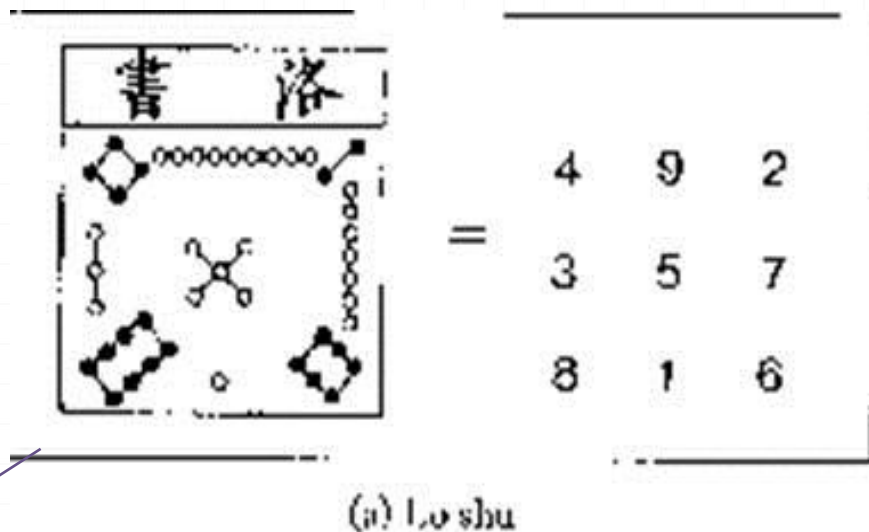
0 . Koristili su se seksagezimalno – heksagezimanim sustavom. To je najstariji kineski sustav numeracije. Baza mu je broj 60, a funkcionirao je tako da su se brojevi od jedan do šezdeset tvorili kombiniranjem elemenata jednog desetočlanog i jednog dvanaestočlanog ciklusa





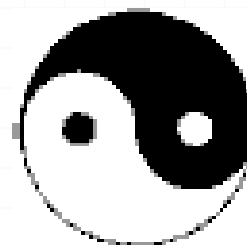
Prema legendi, kralj Yu je primio dva božanska dara. Prvi dar je primio od božanske "Kornjače" dok je prelazio Žutu rijeku. Na Kornjačinim leđima je bila nacrtana jedna figura (dijagram zvan Lo shu, za koji se vjeruje da sadrži osnove kineske matematike). Drugi dar, odnosno figuru, primio je od božanskog "Zmaja" kojemu su kopita ostavljala tragove u blatu.

0 Dijagram Lo Shu




























Prvi dijagram, Lo - Shu, kasnije nazvan "čarobni kvadrat" doveo je do razvoja dualističke teorije Yina i Yanga, odnosno do dualističkog razvoja brojeva.

Yang predstavlja neparne brojeve (1, 3, 5, 7, 9, 11...), Yin predstavlja parne brojeve (2, 4, 6, 8, 10...)



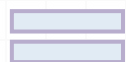
Kineski brojevi

				
1	2	3	4	5
				
6	7	8	9	10
				
20	30	40	50	60
				
100	200	300	400	500
				
1000	2000	3000	4000	5000

Kineski brojevi

- 0 Kasnije se u Kini računalo pomoću štapića (od bambusa, slonove kosti ili metala). Svi štapići su bili jednake veličine. Brojevi od 1 - 5 bili su prikazivani kao horizontalne crtice, odnosno kao polegnuti bambusovi štapići, brojevi od 6 – 9 su prikazivani kao jedan vertikalni štapić te kombinacija od nekoliko horizontalnih štapića.

—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
1	2	3	4	5	6	7	8	9



Abakus je preteča današnjih kalkulatora, a sastojao se od drvenog okvira i niza žica po kojima su se mogli micati kamenčići.

- 0 Vremenom kinesko se pismo malo promijenilo i oblikovalo. U sljedećoj tablici možemo vidjeti suvremene kineske znakove za brojeve. Isti zapis brojeva može se naći i u Japanu i Koreji.

Simple	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
Complex	壹	貳	參	肆	伍	陸	柒	捌	玖	拾	佰	仟	萬
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000



Staroindijska matematika





- 0 Staroindijska matematika bila je pretežno "aritmetičko-algebarski" orijentirana, za razliku od starogrčke matematike koja je bila pretežno "geometrijski" orijentirana. U staroindijskoj literaturi nema velikih djela isključivo posvećenih matematici.
- 0 Uvođenje posebnih znakova za brojeve od nula do devet u staroindijskom dekadskom sustavu, donosi bitan napredak staroindijske matematike. Indijski znakovi za brojeve vrlo su slični našima.
- 0 Najstariji zapisi koji su sačuvani, a sadrže rane oblike indijskih znakova nalaze se na kamenim stupovima što ih je u svakom značajnom gradu stare Indije dao podići vladar Maurya-carstva, kralj Asoka, sredinom 3. stoljeća pr.Kr.

Kako su računali?



	4	1	5
3	1 2	3	1 5
2	8	2	1
7	2 8	7	3 5

Treba pomnožiti 415 sa 327. Ispisat ćemo brojeve u glavni redak i stupac računске ploče. U svako dijagonalno podijeljeno polje ispisat ćemo produkt odgovarajućih znamenki, npr. u treće polje prvog retka napisat ćemo znamenke jedan i pet, jer je pet puta tri jednako petnaest. Zbrajamo brojeve po "dijagonalnim prugama" počevši od donjega desnog kuta.

- 0 Stari Indijci su imali i vrlo dobre aproksimacije broja π . Nadomještali su ga sa:

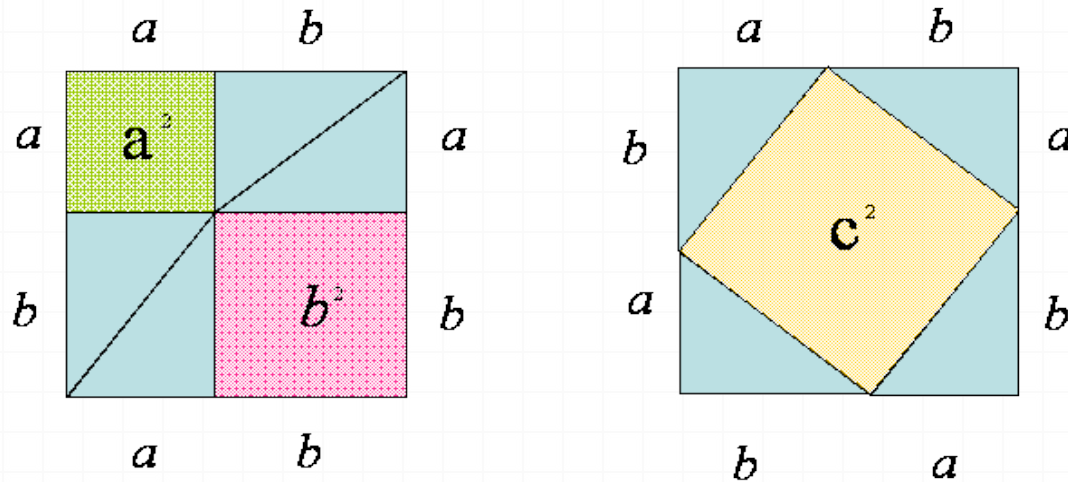
$$\sqrt{10} = 3,162$$

$$62832/20000 = 3,1416$$

$$(26/15)^2 = 3,004$$



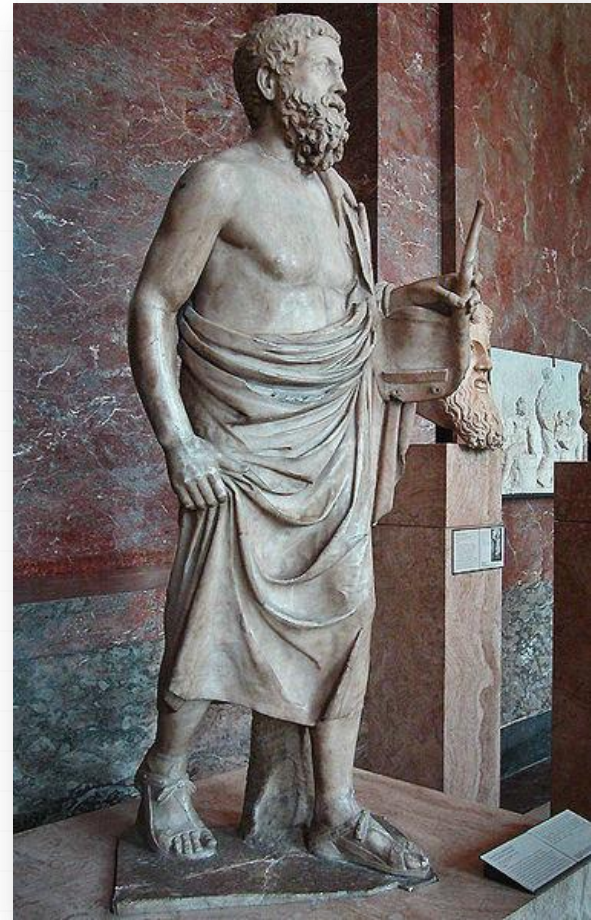
0 Pripisuje im se i opći dokaz (na osnovi zora)
Pitagorinog poučka prema slici:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Starogrčka matematika

- 0 Stari su Grci bili prvi koji su sebi, svjesni toga što time čine, postavili zadatak da sva prijašnja i sva nova matematička znanja skupe i povežu u sustav unutar kojeg će svaki teorem i svaka „formula“ biti dokazani.



Arapska matematika

- 0 Mnoge ideje koje su pripisane Europljanima kasnog srednjeg vijeka i renesanse pokazale su se zapravo arapskim. Prvi poticatelj znanosti i prevođenja grčkih tekstova (npr. Euklidovih Elemenata) na arapski bio je kalif al-Hajjaj.



- Računanje na prste: brojevi se pišu riječima; ovaj način računa su koristili trgovci i računovođe
- Seksagesimalni sustav: brojevi označeni arapskim slovima, koristio se najčešće za astronomiju
- Indijski dekadski sustav: znamenke su preuzete iz Indije, ali bez standardnog skupa simbola, tako da se u raznim krajevima koristilo donekle različite oblike znamenki; ispočetka su ih koristili na prašnjavim pločama koje su omogućavale isto što i danas ploča i kreda

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0